

Jméno (přezdívka)

Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Věty ze cvičení, či přednášky můžete používat bez DK, ale **vždy je potřeba uvést, že tak činíte a co konkrétně používáte.**

Každý příklad je za 10 bodů, a i když by se obtížnost jednotlivých příkladů neměla o moc lišit, tak doporučuji začít příkladem, který si myslíte, že znáte nejlépe.

Hodně štěstí!

Příklad 1 Mějme čtvercovou mřížku o rozměrech $r \times s$ a na některých mřížových bodech jsou umístěny zajecí nory. Dále jsou v některých mřížových bodech umístěni zajíci. Každý Zajíc může vykonat k kroků (krok je pohyb do sousedního mřížového bodu), po kterých ho myslivec zastřelí, když tou dobou nebude schovaný v nějaké noře. Do každé nory se ale vejde pouze jeden zajíc.

- Nalezněte co nejlepší algoritmus pro zajíce, který maximalizuje počet zajíců, kteří přežijí a dokonce těm, kteří přežijí řekne, do jaké nory mají běžet.
- Umíte řešit úlohu i pokud by každý zajíc měl svůj vlastní počet kroků, které mu zbývají, než je myslivec zastřelí? Nory v tomto případě mají svoji vlastní kapacitu zajíců, kteří se do ní mohou schovat. Modifikujte algoritmus pro tuto situaci.
- Bude nějaký rozdíl v běhovém čase obou navržených algoritmů?

Pořádně zdůvodněte korektnost a časovou složitost vašeho algoritmu. Samozřejmě tyto údaje pro algoritmy z přednášky/knížky dokazovat nemusíte.

Příklad 2 Sestrojte obvod počítající booleovskou funkci čtyř proměných takovou, že jejím výsledkem bude 1 právě tehdy když budou na vstupu alespoň dvě jedničky vedle sebe.

- Tento obvod sestrojte pouze pomocí dvou hradel: Binárního hradla reprezentujícího implikaci (tedy výstupem je 0 právě tehdy když je na vstupu 1 a 0) a unárního hradla reprezentujícího negaci.
- Stačilo by nám na vytvoření jedno binární hradlo? jaké? Svě tvrzení nezapomeňte dokázat.
- Naleznete binární hradlo (jiné než konstantní), pomocí pouze nějž daný obvod reprezentovat nepůjde? Dokažte proč.

Příklad 3

- Definujte *třídy problémů* P a NP. Dále zdefinujte co to znamená, že je problém NP-úplný.
- Vyberte si svůj oblíbený problém, tedy jeden z následujících 3 (3-SAT, Nezávislá množina grafu, 3D párování) Ten nejprve definujte a poté ukažte, že patří do třídy NP.
- Nalezněte/vymyslete si dva různé problémy, které jsou na sebe navzájem polynomiálně převoditelné a tyto převody ukažte.
- Zamyslete se, jestli by na sebe byly převoditelné všechny problémy ve třídě NP, pokud bychom dovolili i převody využívající exponenciální čas. Proč?