Diskrétní matematika 2014/2015

2. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívku. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Příklad 1

Nechť jsou relace $R, S \subseteq X^2$ obě tranzitivní. Rozhodněte zda jsou následující relace také tranzitvní:

(a) $R \cup S$.

(b) $R \cap S$.

(c) $R \setminus S$.

(d) $R \triangle S$ (operace XOR).

(e) $R \circ S$, kde $\circ$ značí operaci skládání relací tedy: $xR \circ Sy$ pokud $\exists z$ tž. $xRz \wedge zSy$.

(f) R^{-1}, kde $^{-1}$ značí operaci inverze tedy: $xR^{-1}y$ pokud yRx.

(g) $R^{-1} \circ S^{-1}$.

(h) R^n, kde ^{n} značí n-krát zopakované složení R samo se sebou, tedy $R^1 := R$; $R^n := R^{n-1} \circ R$.

(i) $R^{-1} \circ R$.

[3 body]

Příklad 2

Dokažte nebo vyvraťte následující tvrzení:

Relace R je slabě antisymetrická implikuje každá její podrelace je také slabě antisymetrická.

[1 bod]

Příklad 3

Ještě příklad na zopakování klasické indukce:

Dokažte, že F_{4n} je dělitelné třemi pro každé $n \in \mathbb{N}$. Kde F_i značí i-té Fibocciho číslo a $F_1 = F_2 = 1$.

[1 bod]

Přeji pěkné řešení!

Tomáš