Diskrétní matematika 2014/2015

3. série — pátek od 12:20

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívku. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Příklad 1

Nechť jsou relace $R, S \subseteq X^2$ obě tranzitivní. Rozhodněte zda jsou následující relace také tranzitivní:

(a) $R \cup S$.

(b) $R \cap S$.

(c) $R \setminus S$.

(d) $R \triangle S$ (operace XOR).

(e) $R \circ S$, kde $\circ$ značí operaci skládání relací tedy: $xR \circ Sy$ pouze pokud $\exists z$ tž. $xRz \wedge zSy$.

(f) R^{-1}, kde $^{-1}$ značí operaci inverze tedy: $xR^{-1}y$ pouze pokud yRx.

(g) R^*, kde * značí operaci zúplnění tedy: xR^*y vždy.

(h) $R^* \circ S^*$.

(i) $R^{-1} \circ S^{-1}$.

(j) R^n, kde ^{n} značí n-krát zopakované složení R samo se sebou, tedy $R^1 := R;\ R^n := R^{n-1} \circ R$.

(k) $R^{-1} \circ R$.

[3 body]

Příklad 2

Rozhodněte, zda jsou následující relace ekvivalence a pokud ano, popište jejich třídy ekvivalence.

(a) $R \subseteq \mathbb{N}^2$ definovaná jako $xRy \leftrightarrow p|(x-y);\ 2 \leq p \in \mathbb{N}$.

(b) $R \subseteq \mathbb{N}^2$ definovaná jako $xRy \leftrightarrow \exists z \in \mathbb{N}; (z|y \wedge z|x)$.

(c) $R \subseteq (\mathbb{Z} \setminus \{0\})^2$ definovaná jako $xRy \leftrightarrow x|y \wedge y|x$.

(d) $R \subseteq \mathbb{C}^2$ definovaná jako xRy pouze pokud oba body leží na stejné přímce procházející bodem 0.

[2 body]

Přeji pěkné řešení!

Tomáš