

Diskrétní matematika 2014/2015

4. série — pátek od 12:20

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívku. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Příklad 1

Mějme následující relace $R, S \subseteq (\mathbb{N}^2)^2$:

- $(a, b)R(c, d)$ právě když $a < c$ nebo $(a = c \wedge b \leq d)$.
- $(a, b)S(c, d)$ právě když $a \leq c \wedge b \geq d$.

U obou určete zda se jedná o částečná uspořádání, zda jsou lineární. A také nakreslete Hasseho diagram, určete nejmenší, největší, minimální, maximální prvky.

A potom zjistěte $\inf \emptyset$, $\inf\{(1, 5), (4, 1)\}$ a $\sup\{(15, 15)\}$.

[2.5 bodu]

Příklad 2

Nalezněte co nejvíce navzájem neizomorfních lineárních uspořádání na množině \mathbb{N} . Kolik jich je? Popřípadě zkuste dokázat, že jich nelze zkonstruovat více.

Definice: Dvě relace $R \subseteq M^2$ a $S \subseteq N^2$ nazveme navzájem *izomorfní* pokud existuje bijektivní (prostá a na zároveň) funkce $f : M \rightarrow N$ taková, že $\forall x, y \in M$ platí:

$$xRy \Leftrightarrow f(x)Sf(y).$$

[2.5 bodu]

Přeji pěkné řešení!

Tomáš