

Diskrétní matematika 2014/2015

4. série — pondělí od 17:20

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarken@kam.mff.cuni.cz) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívku. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Příklad 1

Nalezněte co nejvíce navzájem neizomorfních lineárních uspořádání na množině \mathbb{N} . Kolik jich je? Popřípadě zkuste dokázat, že jich nelze zkonstruovat více.

Definice izomorfismu: Dvě relace $R \subseteq M^2$ a $S \subseteq N^2$ nazveme navzájem *izomorfní* pokud existuje bijektivní (prostá a na zároveň) funkce $f : M \rightarrow N$ taková že $\forall x, y \in M$ xRy právě tehdy když $f(x)Sf(y)$.

[3 body]

Příklad 2

Spočtěte kolik je uspořádaných čtveřic (A, B, C, D) , které splňují $A \subseteq B \subseteq D \subseteq \{1, \dots, n\}$ a zároveň $A \subseteq C \subseteq D$.

[1 bod]

Příklad 3

Sečtěte (nezapomeňte na odůvodnění):

(a)

$$\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k} =$$

(b)

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 =$$

[1 bod]

Přeji pěkné řešení!

Tomáš