

Diskrétní matematika 2014/2015

5. série — pátek od 12:20

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarken@kam.mff.cuni.cz) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívku. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Příklad 1

Odvoďte obecný vzorec pro následující vztah a dokažte, že funguje:

$$1 = 1$$

$$2 + 3 + 4 = 1 + 8$$

$$5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 8 + 27$$

$$10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 27 + 64$$

[2 body]

Příklad 2

Spočítejte kolik je uspořádaných čtveřic (A, B, C, D) , které splňují $A \subseteq B \subseteq D \subseteq \{1, \dots, n\}$ a zároveň $A \subseteq C \subseteq D$.

[1 bod]

Příklad 3

Sečtěte (nezapomeňte na odůvodnění):

(a)

$$\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k} =$$

(b)

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 =$$

[1 bod]

Příklad 4

Mám 5 vodníků a 10 čarodejnic, chci je postavit do kruhu, tak aby žádní dva vodníci nestáli vedle sebe. Vodníci i čarodejnice jsou navzájem nerozlišitelní.

Kolika různými způsoby to mohu udělat?

[1 bod]

Přeji pěkné řešení!

Tomáš