

DRUHÝ ZASKOK Z DISKRÉTKY

Bipartitnost, skóre, sudost

PŘÍKLAD PRVNÍ Rozhodnete, jestli existují grafy s následujícím skóre (a pokud ano, takový graf naleznete):

- (1, 1, 2, 4).
- (2, 2, 2, 4, 4).
- (1, 1, 2, 2, 3).
- (1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5).
- (1, 2, 3, 4, 5, 5, 6).

PŘÍKLAD DRUHÝ Naleznete dva stromy se stejným skóre.

PŘÍKLAD TŘETÍ Necht δ je minimální stupeň grafu G . Dokazte, že G obsahuje cestu délky δ (cili s $\delta + 1$ vrcholy).

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Hrana e se nazývá *mostem*, pokud graf G má po smazání hrany e větší počet komponent, než před ním. Kolik mostů obsahuje libovolný strom T ?

PŘÍKLAD PÁTÝ Pracujme nyní s grafy, které mají všechny stupně rovne k . Tem se říká *k-regularni*.

- Najdete 3-regularni graf, který neobsahuje most.
- Najdete 3-regularni graf, který obsahuje most.
- Dokazte, že žádný $2l$ -regularni (cili sude-regularni) graf neobsahuje most.

PŘÍKLAD ŠESTÝ Graf H nazveme *doplňkem* grafu G , pokud H má stejné vrcholy jako G , ale hrany se liší: (u, v) je hrana v H právě tehdy, když (u, v) není hrana v G .

Dokazte, že doplněk zadného bipartitního grafu na alespoň 7 vrcholech už není bipartitní. Lze najít i menší počet vrcholu, pro který toto tvrzení platí?

BONUSOVÝ PŘÍKLAD Dokazte, že žádný k -regularni bipartitní graf neobsahuje most (pro $k \geq 2$, k může být liché).