

Diskrétní matematika

10. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívku. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Odevzdávejte do 23:59 dne 12/12/2013 čtvrtěční skupina a do 09:00 13/12/2013 páteční skupina.

Příklad 1

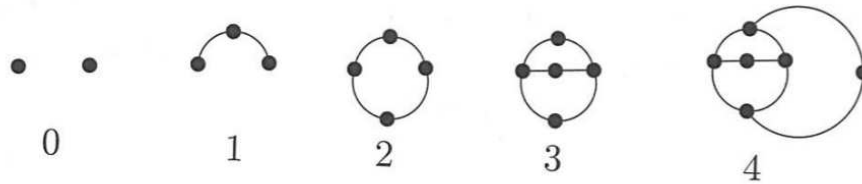
Dokažte, že každá triangulace je maximální rovinný graf.

[2 body]

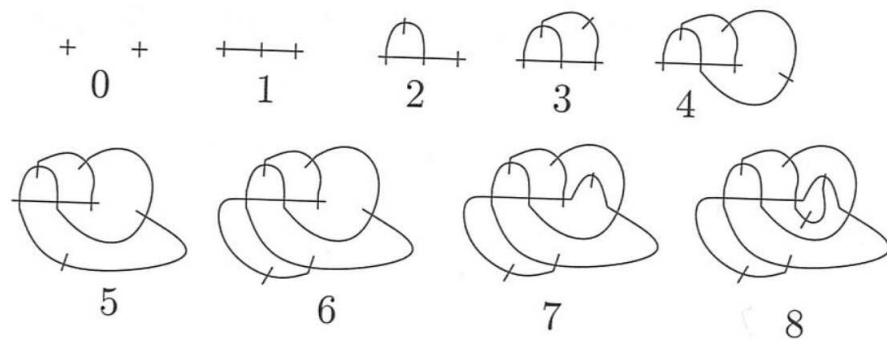
Příklad 2

Mějme grafovou hru: na papíře je na začátku nakresleno n puntíků. Hráči se střídají v tazích a ten který nemá tah, tak prohraje. V každém tahu hráč spojí dva puntíky obloukem, na který někde nakreslí další puntík. Důležité je, že puntík se smí použít pouze pokud jeho stupeň je nanejvýš 2 a také nám žádným tahem nesmí vzniknout nerovinné nakreslení.

Příklad hry:



- Dokažte že pro n počátečních puntíků má hra nanejvýš $3n - 1$ tahů. (nezáleží na strategii hráčů) [2 bod]
- Dokažte že pro n počátečních puntíků má hra nejméně $2n$ tahů. (nezáleží na strategii hráčů) [2 body]
- Naučme se modifikovanou hru: zde se místo puntíků kreslí křížky a nové oblouky se připojují k ramenům křížku, tedy každý vrchol může mít maximální stupeň 4. Na nový oblouk se křížek dokreslí pouze přeškrtnutím. Vše ostatní probíhá stejně jako v původní hře. Příklad je na následujícím obrázku:



Dokažte, že modifikovaná hra má přesně $5n - 2$ tahů, ať již hráči hrají jakkoli.
 [2 body]

Přeji pěkné řešení!
 Tomáš