Diskrétní matematika

3. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívku. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Odevzdávejte do 23:59 dne 24/10/2013 čtvrteční skupina a do 09:00 25/10/2013 páteční skupina.

příklad 1

Které z těchto relací na množině $\mathbb{N}^2$ jsou uspořádání? Která z těchto uspořádání jsou lineární?

- (a) $\leq_A$: $(a,b) \leq_A (c,d)$ právě když $a \leq c$ a zároveň $b \leq d$
- (b) $\leq_B$: $(a,b) \leq_B (c,d)$ právě když $a \leq c$ nebo $b \leq d$
- (c) $\leq_C$: $(a,b) \leq_C (c,d)$ právě když $a < c$ nebo ($a = c$ a zároveň $b \leq d$)
- (d) $\leq_D$: $(a,b) \leq_D (c,d)$ právě když $a \leq c$ a zároveň $b \geq d$

[1 bod]

příklad 2

Mějme relaci na $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ takovou že: $(a,b)R(c,d)$ právě tehdy když $min(a,b) \leq min(c,d)$. Rozhodněte, zda se jedná o ČUM a jestli existuje minimální/nejmenší/maximální/největší prvek. A také zdali existuje pro každé dvouprvkové podmnožiny infimum či supremum.
[1 bod]

Příklad 3

[a]

Najděte dvě neizomorfní lineární uspořádaní na $\mathbb{N}$. [1.5 bodu]

[b]

Najděte nespočetně neizomorfních lineárních uspořádání na $\mathbb{N}$. [1 bodu]

příklad 4

Dokažte, že Erdös-Szekeres lemma je těsné. Tedy nalezněte posloupnost délky $n^2 + 1$, která neobsahuje žádnou neklesající ani nerostoucí posloupnost délky $n + 2$. [1.5 body]

příklad 5

Ochutnávka kombinatorického počítání: Kolika způsoby lze rozdělit 18 identických plakátů do 15 budov? [2 body]

Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Přeji pěkné řešení!

Tomáš