

# Diskrétní matematika

## 7. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívku. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Odevzdávejte do 23:59 dne 21/11/2013 čtvrtěční skupina a do 09:00 22/11/2013 páteční skupina.

### Příklad 1

Dokažte, že graf je bipartitní, právě tehdy když neobsahuje lichou kružnici.

Definice: Bipartitní graf  $G(V, E)$  je takový graf, který splňuje:  $V = X \dot{\cup} Y$ ,  $\nexists a, b \in X$  tž.  $\{a, b\} \in E \wedge \nexists a, b \in Y$  tž.  $\{a, b\} \in E$   
[2 body]

### Příklad 2

Dokažte, že v grafu  $G = (V, E)$  s  $|V| = 9$  a vrcholy pouze stupně 5 nebo 6 existuje buď 6 vrcholů stupně 5 nebo 5 vrcholů stupně 6.

Definice: Stupeň vrcholu  $deg(v)$  je  $|\{\{v, u\} | \{v, u\} \in E\}|$ .  
[2 body]

### Příklad 3

Mám množinu  $|A| = n$  a dvě náhodně vybrané podmnožiny  $A$ , tedy  $B, C \subseteq A$ , kde  $|B| = |C| = k$ . Spočítejte střední hodnotu  $|B \cap C|$ .

[2 body]

### Příklad 4

Pro náhodnou permutaci na množině  $\{1, \dots, n\}$  spočítejte střední hodnotu délky cyklu obsahující číslo 1.

[2 body]

---

Připomínám, že příští týden bude písemka.

*Přeji pěkné řešení!*

Tomáš