Kombinatorika a grafy I.

10. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek.

1 příklad

Rozhodněte zda platí a případně dokažte, či nalezněte protipříklad:

$\exists N \in \mathbb{N}$ tž $\forall c : E \rightarrow 2$ (obarení hran) a $\forall f : V \rightarrow N$ prosté (očíslování vrcholů) $\exists K_3$ monochromatický podgraf K_N, kde jeden vrchol bude mít sudé číslo a jeden vrchol liché číslo dané funkcí f.

[2 body]

2 příklad

Rozhodněte zda platí a případně dokažte, či nalezněte protipříklad:

$\forall n \geq 2 \in \mathbb{N}\ \forall c : E \rightarrow 2\ \exists K(K_n)$ tedy monochromatická kostra grafu K_n.

[2.5 bodu]

3 příklad

Na co se všechno může hodit Ramseyova věta: Číslo $n = p_1 * \ldots * p_l$ pro p_i prvočísla má lichý rozklad pokud $\sum p_i$ je liché číslo. (Tedy např $99 = 3 * 3 * 11$ což je $3 + 3 + 11 = 17$ tedy je to lichý rozklad.)

Dokažte že: $\forall k \in \mathbb{N}\ \exists N \in \mathbb{N}$ tž. mezi čísly 1 až N naleznu k čísel tž. součet libovolných 2 z nich má lichý rozklad.

[3.5 bodu]

Pěkné řešení! Tomáš