Kombinatorika a grafy I.

4. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarken@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek.

1 příklad

Nahradíme nultou podmínku (P0) (tu o existenci čtverce) v definici KPR (konečné projektivní roviny) , podmínkou: $\mathcal{P} \neq \emptyset$.

Jaké všechny případy dostaneme navíc, kromě těch které jsou KPR? **Pozor na cvičení jsme na dva případy zapomněli, tak je potřeba se nad tím ještě zamyslet a pořádně dokázat, že již žádné další opravdu nejsou.**

[1 bod]

2 příklad

Dokažte, že pro každou konečnou projektivní rovinu řádu n existuje $A \subseteq X$ velikosti nejvýše $3n$ taková, že každá přímka obsahuje alespoň dva body z A.

[1.5 bodu]

2.1

Dokažte, že libovolná taková množina A má alespoň $2n$ prvků.

[1.5 bodu]

3 příklad

Nalezněte maximální množinu navzájem ortogonálních latinských čtverců řádu 4 a dokažte že je maximální.

[2 body]

4 příklad

Již jsem se seznámili s latinským čtvercem, definujme si latinský obdélník pro $m \leq n$. Je to obdélníková tabulka $m \times n$ vyplněná čísly $[n] = \{1, 2, \ldots, n\}$ ve které se neopakují žádné dvě čísla ani v řádku ani ve sloupci.

Kolik existuje latinských obdélníků řádu $2 \times n$ pro $n \geq 2$?

[1.5 body]

5 příklad

Na cvičení jsem si povídali o ortogonální tabulce definované: $OT(n, S)$, což je matice M tvaru $S \times n^2$ nad abecedou Σ o velikosti n splňující:

$$\forall i \neq j \in S; \forall a, b \in \Sigma; \exists k : M_{i,k} = a \wedge M_{j,k} = b$$

Pořádně dokažte, že v $OT(n, S)$ mohu libovolně přepermetuvat řádky a sloupce. [0.5 bodu]

Pěkné řešení!
Tomáš