

Kombinatorika a grafy I.

6. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarken@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek.

1 příklad

Definujme uspořádanou množinu $(D_n, |)$, kde D_n je množina všech dělitelů čísla přirozeného čísla n a $|$ je relace dělitelnosti.

1.1

Jaký je nejdelší řetězec v této množině pro $n = 10!$?
[1.5 bodu]

1.2

Kolik má tato množina maximálních řetězců pro $n = 10!$?
[1.5 bodu]

1.3

Kolik prvků má největší antiřetězec pro $n = 720$?
[1.5 bodu]

2 příklad

Nevím jaký důkaz Spernerovy věty jste dělali na přednášce, ale jeden z nich využívá takzvaných automorfismů.

Automorfismus je izomorfismus uspořádané množiny sama na sebe. Izomorfismus uspořádaných množin (X, \leq) a (Y, \preceq) je takové bijektivní zobrazení $f : X \rightarrow Y$ že:
 $\forall x, y \in X : x \leq y \Leftrightarrow f(x) \preceq f(y)$

Určete kolik má uspořádaná množina $(2^X, \subseteq)$ automorfismů?
[2 body]

3 příklad

Nechť n je přirozené číslo, které není dělitelné žádnou druhou mocninou přirozeného čísla. Určete maximální možnou velikost množiny dělitelů čísla n , které se navzájem nedělí.

[1.5 body]

Pěkné řešení!
Tomáš