

# Kombinatorika a grafy I.

## 7. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarken@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek.

### 1 příklad

Navrhněte jak pomocí klasických toků v sítích vyřešit úlohu kde mám kromě kapacity pro hrany ještě zadanou kapacitu pro vrcholy.

[1 body]

### 2 příklad

Vyřešte problém nalezení maximálního párování v bipartitním grafu pomocí toků v sítích. Tedy: pro graf  $G = (V, E)$  je perfektní párování maximální co do velikosti  $F \subseteq E$  tž každý vrchol náleží maximálně jedné hraně z  $F$ .

[3 body]

### 3 příklad

Nechť  $G = (V, E)$  je síť tvaru mřížky  $5 \times 5$ , t.j.

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\} \times \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{((x, y), (x+1, y)) : 1 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq 5\} \cup \{((x, y), (x, y+1)), 1 \leq x \leq 5; 1 \leq y \leq 4\}$$

s kapacitami  $c((x, y), (x', y')) = \frac{1}{\min\{x+y-1, 10-x-y\}}$ .

Určete maximální tok ze zdroje  $(1, 1)$  do spotřebiče  $(5, 5)$ .

[2 body]

### 4 příklad

Nechť  $H_n$  je graf s vrcholy  $\{0, 1\}^n$  a hranami mezi dvěma vrcholy lišícími se v právě jedné souřadnici (orientace z vrcholu s 0 do vrcholu s 1 v této souřadnici). Tedy orientovaná  $n$ -dimensionální krychle. Kapacity hran jsou rovny 1.

Určete maximální tok ze zdroje  $(0, \dots, 0)$  do spotřebiče  $(1, \dots, 1)$ .

[2 body]

---

Pěkné řešení!

Tomáš