

# Kombinatorika a grafy I.

8. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek.

## 1 příklad

Mějme graf  $G$  s minimálním stupněm  $\delta = \frac{|V|-1}{2}$ , dokažte, že  $G$  je souvislý.  
[1 bod]

## 2 příklad

Dokažte, že každý kubický (3-regulární) graf, který je 2-hranově-souvislý je také 2-vrcholově-souvislý  
[1 bod]

## 3 příklad

Ušatá dekompozice jde trochu poupravit a jde podle ní dokázat následující tvrzení. (možná jde dokázat i jinak)

Dokažte tedy, že: V Každém 2-vrcholově souvislém grafu pro všechna  $s \neq t \in V$  existuje prostá funkce, která přiřadí vrcholům přiřozená čísla, taková že každý vrchol kromě  $s, t$  bude mít alespoň jednoho souseda s vyšším a alespoň jednoho souseda s nižším číslem.

[2 body]

## 4 příklad

### 4.1

Nalezněte rovinný 4-vrcholově-souvislý graf a dokažte, že takový je.  
[1 bod]

### 4.2

Nalezněte rovinný 5-vrcholově-souvislý graf a dokažte, že takový je.  
[1.5 bodu]

### 4.3

Dokažte, že neexistuje rovinný 6-vrcholově-souvislý graf.  
[1.5 bodu]

---

Pěkné řešení! Tomáš