

# Vytvořující funkce (VF)

## Základní VF

Mějme VF  $a(x)$  a k ní odpovídající posloupnost  $a_n$ .

VF	explicitní vzorec posloupnosti
$a(x) = \frac{1}{1-x}$	$a_n = 1$
$a(x) = e^x$	$a_n = \frac{1}{n!}$
$a(x) = (1+x)^r$	$a_n = \binom{r}{n}$ , kde $\binom{r}{0} = 1$ a $\binom{r}{n} = \frac{r(r-1)\dots(r-n+1)}{n!}$

## Operace s VF

Mějme  $k \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ , VF  $a(x)$  a  $b(x)$  k posloupnostem  $a_n$  a  $b_n$ , z nichž pomocí operací vytvoříme VF  $c(x)$  a k ní odpovídající posloupnost  $c_n$ .

Operace s VF	Vzorec posloupnosti
$c(x) := a(x) + b(x)$	$c_n = a_n + b_n$
$c(x) := \alpha a(x)$	$c_n = \alpha a_n$
$c(x) := a(\alpha x)$	$c_n = \alpha^n a_n$
$c(x) := a(x^k)$	$c_{kn} = a_n \mid c_{n \neq 0 \bmod k} = 0$
$c(x) := x^k a(x)$	$c_{n \neq \{0, \dots, k-1\}} = a_{n-k} \mid c_{\{0, \dots, k-1\}} = 0$
$c(x) := \frac{a(x) - \sum_{i=0}^{k-1} a_i x^i}{x^k}$	$c_n = a_{n+k}$
$c(x) := a(x)b(x)$	$c_n = \sum_{i=0}^n a_i b_{n-i}$
$c(x) := a'(x)$	$c_n = (n+1)a_{n+1}$
$c(x) := \int a(x) dx$	$c_{n \neq 0} = \frac{a_{n-1}}{n} \mid c_0 = 0$
$c(x) := \frac{a(x)}{1-x}$	$c_n = \sum_{i=0}^n a_i$
$c(x) := a(x)^{-1}$ , kde $a_0 \neq 0$	$c_{n \neq 0} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i c_{n-i}}{a_0} \mid c_0 = \frac{1}{a_0}$