

Kombinatorika a grafy I. 2013/2014

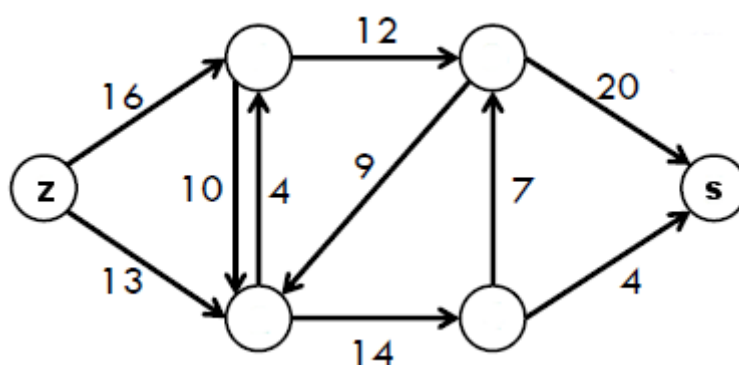
2. písemka

Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu, použijte k podpisu písemky navíc přezdívku.

Každý příklad je za 10 bodů. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Příklad 1

Nalezněte v následující síti maximální tok z vrcholu z do vrcholu s a dokažte, že je maximální.



Příklad 2

Dokažte, že každý latinský obdélník, lze doplnit na latinský čtverec.

Příklad 3

Mějme bipartitní graf. Levá partita reprezentuje šejky pravá reprezentuje jejich potenciální manželky. Hrana v grafu je pouze tehdy, když šejk o danou dívku stojí. A jelikož takový šejk se s jednou manželkou zpravidla nespokojí, tak o každém víme, kolik manželek si chce pořídit.

Charakterizujte situaci, kdy v grafu bude existovat výběr, který uspokojí nároky všech šejků.

Příklad 4

Dokažte, že pro každou KPR řádu n existuje $A \subseteq X$ velikosti nejvýše $3n$ taková, že každá přímka obsahuje alespoň dva body z A .

Zároveň dokažte, že ne každá množina A velikosti $3n$ tuto vlastnost splňuje.

Příklad 5

Rozhodněte zda platí a dokažte, či nalezněte protipříklad.

- Každý 3-regulární graf je hranově 2-souvislý.
- Každý 3-regulární graf je vrcholově 2-souvislý.

Hodně štěstí!