Kombinatorika a grafy I. 2013/2014

2. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívku. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Odevzdávejte do 12:20 dne 6/3/2014.

Příklad 1

Určete vytořující funkce pro následující posloupnosti:

a) $1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, \ldots$

b) $1, -1, 2, -1/3, 3, -1/5, 4, -1/7, 5, -1/9, 6, \ldots$

c) $1, 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \ldots$

d) $a_n = (-1)^n(n+1)$

e) $a_n = \frac{2n+1}{2^n}$

f) $a_n = \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{(i+5)!}$

[6 bodů]

Příklad 2

Jak vypadá a_n tý člen posloupnosti, pokud vytvořující funkce je $\ln(x+1)$?
[1 bod]

Příklad 3

Pozor, ne každá funkce je vytvořující funkcí nějaké posloupnosti. Například funkce f definována jako: $f(x) := e^{-\frac{1}{x^2}}$ pro $x \neq 0$ a $f(0) := 0$. A to všechny její derivace v bodě 0 existují a jsou nulové.

Odůvodněte tedy, že takto definovaná f, není v žádném okolí 0 dána mocninou řadou.
[2 body]

Přeji pěkné řešení!
Tomáš