

Kombinatorika a grafy I. 2013/2014

3. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívkou. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Odevzdávejte do 12:20 dne 13/3/2014.

Příklad 1

Máte devět kostek, spočtete pravděpodobnost že pokud jimi hodíte, tak součet na všech bude větší než 27.

[2 body]

Příklad 2

Jeden pěkný příklad vypůjčený od Zuzky Safernové:

Včelař chce, aby sadař vysadil 25 nových stromků, přičemž ten má k dispozici pouze 4 druhy. Sadařova manželka odmítá ořešák, neb je velký a zabírá moc místa. (Navíc každý správný borec ví, že med z ořešáku se nedá jíst :-)) Jabloně jsou jí taky proti gustu, mají jich už příliš. Naproti tomu bezmezně miluje třešňovo-švestkovou marmeládu, a tak klade tvrdé podmínky: nejvýše jeden ořešák, nejvýše 10 jabloní, alespoň 6 třešní a alespoň 8 slivoní (slivovice — silná motivace) nebo rozvod. Kolika způsoby může sadař zabránit rozvodu?

[1 bod]

Příklad 3

Napište explicitní vzorec v co nejhezčím tvaru (bez nekonečné sumy) pro rekurentně zadanou posloupnost:

a $a_0 = 2; a_1 = 3; a_{n+2} = 3a_n - 2a_{n+1}$

b $a_0 = 1; a_{n+1} = 2(n - 4) - 2a_n$

c $a_0 = 2; a_1 = 4; a_{n+2} = a_n a_{n+1}^2$

d $a_0 = \frac{1}{2}; a_n = 1 - \frac{3}{2} \sum_{i=0}^{n-1} a_i$

[4 body]

Příklad 4

Kolik existuje korektních uzávorkování nějaké neasociativní binární operace o délce n členů? Tedy pro $n = 3$ je to $a(bc)$ a $(ab)c$, což jsou dvě možnosti.

[2 body]

Přeji pěkné řešení! A nezapomeňte, že příští týden píšeme písemku.

Tomáš