Kombinatorika a grafy I. 2013/2014

5. série

Na vymýšlení příkladů můžete spolupracovat, odevzdávejte však vámi samostatně sepsané řešení a to buď e-mailem (tarkencze@gmail.com) nebo na dalším cvičení. Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Naopak můžete používat cokoli z přednášek či cvičení bez důkazu, jen vždy uveďte, co právě používáte. Pokud nechcete mít zveřejněno jméno na webu použijte k podpisu úkolu navíc přezdívku. Ještě bych rád upozornil, že bodové hodnocení jednotlivých příkladů nemusí vždy odpovídat jejich obtížnosti.

Odevzdávejte do 12:20 dne 10/4/2014.

Příklad 1

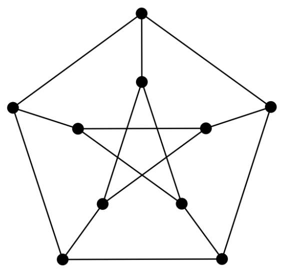
Zadefinujme si Magický čtverec řádu n jako matici $n \times n$, nad abecedou $\{1, \ldots, n^2\}$. Každé číslo se v matici vyskytuje právě jednou a navíc má každý řádek i každý sloupec stejný součet.

Dokažte, že magický čtverec řádu n existuje právě tehdy když existují dva ortogonální latinské čtverce řádu n.

[2.5 bodu]

Příklad 2

Spočtěte počet perfektních párování Petersenova grafu.



[2 body]

Příklad 3

Dokažte, že hrany každého rovinného grafu bez K_3 lze zorientovat tak, že výstupní stupeň každého vrcholu je maximálně 2.

[2 body]

Příklad 4

Dokažte, že jakékoly párování maximální vzhledem k inkluzi, je 0.5-approximační. Tedy, že hladovým algoritmem dostanu řešení nejhůře s poloviční velikostí vzhledem k jednomu z největších párování.

A také ukažte pro libovolné $\alpha > \frac{1}{2}$ existuje graf G a pořadí výběrů hran hladového algoritmu, které najde maximální párování $\{e_1, \ldots, e_k\}$ velikosti k, které bude α krát menší než velikost optimálního maximálního párování.

[2.5 bodu]

Přeji pěkné řešení! Tomáš