

1. DOMÁCÍ ÚKOL Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Maticové operace

PŘÍKLAD PRVNÍ Najděte všechny matice, které komutují s maticí $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

[3 body]

PŘÍKLAD DRUHÝ Dokažte následující vztahy pro reálná čísla α, β a matice A, B tvaru $n \times n$:

1. $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$
2. $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$
3. $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$
4. $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$

[2 body]

PŘÍKLAD TŘETÍ Definujme si dvě třídy matic $\check{\mathcal{S}}_l$ a $\check{\mathcal{S}}_s$ jako matice se šachovnicovým vzorem tedy:

Matice A řádu $n \times n$ patří do $\check{\mathcal{S}}_l$ pokud pro všechna $i, j \in [n]$ taková, že $i + j$ je liché platí $A_{i,j} = 0$.

Matice A řádu $n \times n$ patří do $\check{\mathcal{S}}_s$ pokud pro všechna $i, j \in [n]$ taková, že $i + j$ je sudé platí $A_{i,j} = 0$.

Rozhodněte zda platí:

- Jsou třídy $\check{\mathcal{S}}_l$ a $\check{\mathcal{S}}_s$ uzavřené na součet?
- Jsou třídy $\check{\mathcal{S}}_l$ a $\check{\mathcal{S}}_s$ uzavřené na součin?
- Jsou třídy $\check{\mathcal{S}}_l$ a $\check{\mathcal{S}}_s$ uzavřené na inverze, pokud inverze existuje?
- Lze pro nějaká n říci, že žádná matice tvaru $n \times n$ ze třídy $\check{\mathcal{S}}_l$ či $\check{\mathcal{S}}_s$ nebude invertovatelná?

[5 bodů]