

3. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Maticové operace

PŘÍKLAD PRVNÍ Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Spočítejte (kdykoliv má výraz smysl):

$$(A + 4B) + C, \quad (A + B)^T \cdot 2C, \quad (B \cdot C) \cdot A^T, \quad (B \cdot 3A^T) + C, \quad C \cdot (B^T - (\pi A)^T).$$

Najděte matici C' , takovou, že platí: $C \cdot C' = C' \cdot C = I_2$.

PŘÍKLAD DRUHÝ Najděte všechny matice, které komutují s maticí $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

PŘÍKLAD TŘETÍ Dokažte následující vztahy pro reálné číslo α a matice A a B tvaru $n \times m$:

1. $A + 0 = A$
2. $(\alpha A)^T = \alpha(A^T)$
3. $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$
4. $(A + B)^T = A^T + B^T$

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Určete, které matice jsou regulární:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -5 & -20 \end{pmatrix}.$$

PŘÍKLAD PÁTÝ Najděte inverzní matice k maticím:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

PŘÍKLAD ŠESTÝ Ukažte, že inverzní matice je určena jednoznačně.

PŘÍKLAD SEDMÝ Ukažte, že součin dvou regulárních matic je regulární.