

4. DOMÁCÍ ÚKOL Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Maticové prostory

PŘÍKLAD PRVNÍ Mějme čtvercovou matici A a vektory x, y, b .

Dokažte, že $Ax = b$ má řešení právě tehdy, když $A^T y = 0$ a $b^T y = 1$ nemá řešení.

[3 body]

PŘÍKLAD DRUHÝ Mějte matice $A \in R^{m \times n}$ a $B \in R^{n \times p}$. Zdůvodněte následující odhady pro hodnotu jejich součinu:

$$r(A) + r(B) - n \leq r(AB) \leq \min\{r(A), r(B)\}.$$

Kde r značí hodnotu (rank) matice.

[4 body]

PŘÍKLAD TŘETÍ Mějme matici A nad tělesem \mathbb{Z}_3 :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Určete její hodnotu (rank), kernel, dimenzi kernelu, dimenzi řádkového a sloupcového prostoru. Dále napište libovolnou bázi řádkového prostoru.

[3 body]