

## 6. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Tělesa

PŘÍKLAD PRVNÍ Ukažte, že následující struktura je těleso:

1.  $\mathbb{Q}$  spolu s násobením a sčítáním.
2.  $\mathbb{C}$  spolu s násobením a sčítáním.

PŘÍKLAD DRUHÝ Řešte soustavu rovnic v  $\mathbb{Z}_2$ ,  $\mathbb{Z}_5$ ,  $\mathbb{Z}_{11}$ :

$$\begin{aligned}x + y + 3z &= a \\ 2x - ay + z &= 1\end{aligned}$$

PŘÍKLAD TŘETÍ Spočítejte inverzní matici k matici  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  v  $\mathbb{Z}_7$  a v  $\mathbb{Z}_{11}$ .

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Z axiomů tělesa odvoďte, že pro počítání v tělese platí:

- Pokud  $a + b = a + c$ , tak potom  $b = c$ .
- Jednotka a inverze jsou určeny jednoznačně.
- $(-1)a = -a$

PŘÍKLAD PÁTÝ Určete hodnoty  $2^{101}$ ,  $3^{1001}$ ,  $4^{100001}$  v tělese  $\mathbb{Z}_{17}$ .

PŘÍKLAD ŠESTÝ Najděte těleso, které má právě 4 prvky. Dokažte, že je to těleso dle definice tělesa.