

1. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Rovnice, grafický náhled

PŘÍKLAD PRVNÍ Co je řešením rovnice $2y - 1 = 3$? Co je řešením, pokud přidáme rovnici $x + y = 3$? Nakreslete jako průsečík přímk.

PŘÍKLAD DRUHÝ Vyřešte grafickou metodou následující systém nerovnic:

$$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \\x + 2y - z &= 10 \\x &= 0\end{aligned}$$

Nápověda: Řešením grafickou metodou prostě myslíme „nakreslete množinu řešení určenou polorovninami na papír a rozhodněte, jestli je neprázdná (systém nemá řešení), jednobodová, omezená nebo neomezená.“

PŘÍKLAD TŘETÍ

Vyřešte grafickou metodou následující systém nerovnic:

$$\begin{aligned}x + y + z &\geq 2 \\x + y + z &\leq 2 \\x + 2y - z &\leq 10 \\x &\geq 0 \\y &\geq 0 \\z &\geq 0\end{aligned}$$

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Popište průnik nadrovin $2w + 7x - y + 3z = 5$, $2w - y + 3z = 3$ a $2w - y = 1$ (vše ve čtyřech rozměrech, tedy v \mathbb{R}^4). Co je to geometricky (přímka, bod nebo prázdná množina)? Jaký je průnik, pokud přidáme $2w = -1$? Najděte čtvrtou rovnici tak aby průnikem byla prázdná množina.

PŘÍKLAD PÁTÝ Nalezněte všechna řešení soustavy

$$\begin{aligned}2x + (2 + 2i)y + 2iz &= 1, \\(1 - i)x + (1 + 3i)y + (i - 1)z &= 0, \\(1 + i)x + (1 - i)y + (1 + i)z &= 1.\end{aligned}$$

PŘÍKLAD ŠESTÝ Pro každou polohu tří rovin v prostoru \mathbb{R}^3 (všechny rovnoběžné, průnik jeden bod, průnik přímka, ...) napište soustavu, která má takový tvar. Co znamená rovnoběžnost rovin pro soustavu rovnic? *Hint: počet řešení a dva řádky vyjadřující dvě rovnoběžné roviny*

PŘÍKLAD SEDMÝ Pod jakou podmínkou jsou body $(0, y_1)^T$, $(1, y_2)^T$, $(2, y_3)^T$ na jedné přímce? Pod jakou podmínkou jsou body $(0, 0)^T$, $(y_1, y_2)^T$, $(y_3, y_4)^T$ na jedné přímce?

PŘÍKLAD OSMÝ

1. Mohou se dvě dvoudimenzionální roviny (prostě klasické roviny) protínat v jednom bodě, pokud jsme v prostoru \mathbb{R}^4 ?
2. Mohou se dva prostory dimenze 3 protínat v \mathbb{R}^5 v jednom bodě?

PŘÍKLAD DEVÁTÝ Pro danou soustavu rovnic $Ax = b$, co se stane s řešením x , když:

- Prohodíme dvě rovnice (změníme pořadí rovnic).
- Vynásobíme jednu rovnici nenulovým číslem.
- Přičteme jednu rovnici k druhé.

Použijte konkrétní zadání minulého příkladu a nakreslete, co se děje s průsečíky přímek a co se děje se sloupcovým pohledem na věc.

Co se děje s řešením, pokud předchozí (prohození, násobení a přičtení) provádíme se sloupci?

Pro zamyšlení: Je zbytečné, pokud by byly dvě rovnice stejné, nebo jedna rovnice násobkem druhé, nebo jedna rovnice součtem jiných dvou? Je zbytečný nějaký sloupec, pokud by byl stejný jako jiný, násobkem jiného či součtem jiných dvou?