

2. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Úvod do matic

Z minulého cvičení:

PŘÍKLAD PRVNÍ

1. Mohou se dvě dvoudimenzionální roviny (prostě klasické roviny) protínat v jednom bodě, pokud jsme v prostoru \mathbb{R}^4 ?
2. Mohou se dva prostory dimenze 3 protínat v \mathbb{R}^5 v jednom bodě?

PŘÍKLAD DRUHÝ Spočítejte Následujících soustav Gauss-Jordanovou eliminací:

•

$$\begin{aligned} -x_1 + -x_2 + 2x_3 &= -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= 2 \\ -x_2 + 2x_3 + 2x_4 &= 5 \end{aligned}$$

•

$$\begin{aligned} 17a + 9b - 9c + 3d &= -8 \\ 11a + 2c &= -7 \\ 13a + 2b - c &= -9 \\ 7a + 3b - 5c + d &= -8 \end{aligned}$$

•

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 11 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 6 \end{aligned}$$

PŘÍKLAD TŘETÍ Spočítejte hodnotu matice, množinu řešení a RREF u následujících soustav ve tvaru $Ax = 0$:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad A := \begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 2 & -3 \\ 7 & 6 & 10 & 7 \end{pmatrix}.$$

Umíme něco říci o řešení takových soustav? Jak vypadá hodnota matice A , respektive hodnota rozšířené matice soustavy?

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Řešte soustavy rovnic $Ax = 0$, $Ax = b_1$, $Ax = b_2$, $Ax = b_3$:

$$A := \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad b_1 := \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_3 := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Jak spolu souvisí geometrické interpretace těchto soustav?

PŘÍKLAD PÁTÝ Pro danou soustavu rovnic $Ax = 0$ víme, co se stane s řešením x , když:

- Prohodíme dvě rovnice (změníme pořadí rovnic).
- Vynásobíme jednu rovnici nenulovým číslem.
- Přičteme jednu rovnici k druhé.

Rozmyslete se, co se stane:

- pokud předchozí (prohození, násobení a přičtení) provádíme se sloupci (pouze před rovností)?
- pokud by byly dvě rovnice stejné, nebo jedna rovnice násobkem druhé, nebo jedna rovnice součtem jiných dvou? Je zbytečný nějaký sloupec, pokud by byl stejný jako jiný, násobkem jiného či součtem jiných dvou?

Použijte konkrétní zadání z předminulého příkladu a nakreslete, co se děje s průsečíky přímek a co se děje se sloupcovým pohledem na věc.

PŘÍKLAD ŠESTÝ Vzhledem k parametru a řešte následující soustavu rovnic:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array} \right)$$