2. DOMÁCÍ ÚKOL Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Grupy a tělesa

Odevzdávejte na cvičení nebo emailem na `tarken@kam.mff.cuni.cz` *do 29.11.2016 10:40.*
Při vymýšlení úkolů můžete spolupracovat, chtěl bych ale, abyste řešení sepsali každý sám.

PŘÍKLAD PRVNÍ Ukažte, že axiomy v definici Grupy $(G, \cdot, e)$ se dají redukovat na následující axiomy:

$$(A)\forall a, b, c \in G (ab)c = a(bc)$$

$$(E')\forall a \in G : ae = a$$

$$(I')\forall a \in G \exists b \in G : ab = e$$

[3 body]

PŘÍKLAD DRUHÝ Rozhodněte a dokažte či vyvraťte, jestli $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ spolu s operacemi sčítání a násobení tvoří těleso.

[3 body]

PŘÍKLAD TŘETÍ Nalezněte inverzní matici nad tělesem $\mathbb{Z}_{11}$.

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 & 6 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 10 & 2 \\ 2 & 3 & 10 & 3 & 1 \\ 5 & 7 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

[2 body]

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Rozhodněte (a dokažte či vyvraťte), zda v grupě $\mathcal{G}$ platí:

- Pokud pro všechny prvky a, b platí $abab = a^2b^2$, potom $\mathcal{G}$ je komutativní grupa.
- Pokud je každý prvek sám sobě inverzem, tedy $x = x^{-1}$, potom je $\mathcal{G}$ komutativní.

[2 body]