

### 3. DOMÁCÍ ÚKOL Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Vektorové prostory

Odevzdávejte na cvičení nebo emailem na [tarken@kam.mff.cuni.cz](mailto:tarken@kam.mff.cuni.cz) do 13.12.2016 10:40.

Při vymýšlení úkolů můžete spolupracovat, chtěl bych ale, abyste řešení sepsali každý sám.

**PŘÍKLAD PRVNÍ** Možná Buď  $W$  podmnožina vektorového prostoru  $V$  nad tělesem  $T$ . Potom  $W$  je vektorový podprostor  $V$  právě tehdy když, pro všechny  $v, w \in W$  a  $\alpha \in T$  je také  $v + \alpha w \in W$ . [2 body]

**PŘÍKLAD DRUHÝ** Zjistěte, zda lze vektor  $v$  získat jako lineární kombinace vektorů z množiny  $A$  nad tělesem  $\mathbb{T}$ .

$$v = (1, 2, 3, 1)^T, A = \{(1, 1, 2, 4)^T, (1, 1, 1, 1)^T, (0, 3, 4, 1)^T\}, \mathbb{T} = \mathbb{Z}_5.$$

[2 body]

**PŘÍKLAD TŘETÍ** Najděte bázi a určete dimenzi prostoru  $W$  obsahující vektor

$$w = (1, -5, -4, -6)^T$$

a která je zároveň lineárním obalem vektorů  $u_1 = (1, 2, 3, 4)^T$ ,  $u_2 = (1, 0, 1, 0)^T$  a  $u_3 = (3, -1, 2, 2)^T$ . [3 body]

**PŘÍKLAD ČTVRTÝ** Mějme  $u, v, w$  lineárně nezávislé vektory z vektorového prostoru  $V$  nad tělesem  $\mathbb{T}$ . Určete dimenzi prostoru  $W$  nad tělesem  $\mathbb{T}$  generovaném vektory

$$u + 2v, v + w, u + v + w, 3u + w.$$

Zároveň určete nějakou bázi  $W$ .

[3 body]