5. DOMÁCÍ ÚKOL Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Lineární zobrazení a afinní prostory

Odevzdávejte na emailem na `tarken@kam.mff.cuni.cz` *do 19.2.2017 23:59.*
Při vymýšlení úkolů můžete spolupracovat, chtěl bych ale, abyste řešení sepsali každý sám.

PŘÍKLAD PRVNÍ Mějme vektorové prostory V a W nad tělesem $\mathbb{Z}_7$ a označme jejich báze B_V respektive B_W:

$$B_V := \{(1,1,3)^T, (1,0,3)^T, (2,0,1)^T\} \quad B_W := \{(1,1)^T, (2,3)^T\}.$$

Vytvořte parametrickou matici popisující všechna zobrazení F z prostoru V do prostoru W (vůči jejich bazím B_V, B_W) splňující nasledující předpis:

$$F((1,1,1)^T) = (0,5)^T,$$
$$F((0,2,1)^T) = (1,2)^T.$$

[4 body]

PŘÍKLAD DRUHÝ

1. Dokažte, že každý afinní prostor lze vyjádřit jako průnik konečně mnoha (afinních) nadrovin.
2. Dokažte, že každou afinní nadrovinu lze vyjádřit jako množinu řešení soustavy $\{x|c^T x = b\}$.

[3 body]

PŘÍKLAD TŘETÍ Dokažte následující ekvivalenci, která dává snadný algebraický popis afinních prostorů:

Množina $F \subseteq \mathbb{R}^d$ je afinní podprostor, právě když $F = \{x \in \mathbb{R}^d | Ax = b\} \neq \emptyset$ pro nějakou matici $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$ a nějaký vektor $b \in \mathbb{R}^d$.

Jak se tvrzení změní pokud b nahradím za nulový vektor?

[3 body]