Jméno (přezdívka) ....

Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Věty ze cvičení, či přednášky můžete používat bez DK, ale **vždy je potřeba uvést, že tak činíte a co konkrétně používáte**. Pokud se však jedná o příklad ze cvičení či z domácího úkolu, chci jeho celé řešení pečlivě vysvětlit.

Každý příklad je za 6 bodů, ale obtížnost jednotlivých příkladů se může lišit, doporučuji tedy začít příkladem, který si myslíte, že znáte nejlépe.

Hodně štestí!

Příklad 1 Definujte pojem *RREF* pro matici A řádu $m \times n$.
(K definici můžete bez definování použít pouze pojem pivot.)

Dále spočítejte inverzní matici k matici B nad tělesem $\mathbb{Z}_5$.

$$B := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 2 Dokažte (**pouze** pomocí axiomů grupy), že v grupě $\mathcal{G} = (G, \circ)$ platí:

- Pro všechny prvky $a, b \in G$ platí $abab = a^2b^2$ právě tehdy když, $\mathcal{G}$ je komutativní.
- $(a^{-1})^{-1} = a$ pro všechna $a \in G$.
- Určete (zpropagujte inverzi přímo na prvky grupy), čemu se rovná : $(abc^{-1})^{-1}$, kde $a, b, c \in G$.
(Nezapomeňte zde uvést odůvodnění, proč vámi určená rovnost platí!)

Příklad 3 Dokažte, že množina všech permutací s operací skládání permutací tvoří grupu. A rozhodněte (dokažte, či vyvraťte):

- Zda množina všech sudých permutací tvoří její podgrupu.
- Zda množina všech lichých permutací tvoří její podgrupu.

Příklad 4 Mějme vektorové prostory A a B nad stejným tělesem. Dokažte, že $A \cap B$ je jejich vektorovým podprostorem opět nad stejným tělesem.

Příklad 5 Mějme matici A nad tělesem Z_3, určete **bázi** i **dimenzi** řádkového prostoru, sloupcového prostoru a jádra.

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$