

2. DOMÁCÍ ÚKOL Z LINEÁRNÍ ALGEBRY II.

Vlastní čísla

Odevzdávejte na cvičení nebo emailem na tarken@kam.mff.cuni.cz do 2.5.2017 10:40.
Při vymýšlení úkolů můžete spolupracovat, chtěl bych ale, abyste řešení sepsali každý sám.

PŘÍKLAD PRVNÍ

Nalezněte vzoreček pro n -tý člen posloupnosti f_n , reprezentované lineárním rekurentním vztahem a počátečními hodnotami, pomocí vlastních čísel.

$$f_n = 4f_{n-1} + f_{n-2} - 12f_{n-3}, \quad f_0 = 0, \quad f_1 = 1, \quad f_2 = -1$$

[4 body]

PŘÍKLAD DRUHÝ

Nyní mějme 3 různé populace králíků. Každou s trochu jinými pravidly.

Populace 1:

- Králík se dožije max 3 roky.
- Druhého roku se jednoletý králík dožije s pravděpodobností 20%. Třetího roku se dvouletý králík dožije se pravděpodobností 10%.
- Průměrný počet potomků králíka ve druhém roce je 6, ve 3 pak 20. V prvním roce nemá králík žádné potomky.

Populace 2:

- Králík se dožije max 3 roky.
- Druhého roku se jednoletý králík dožije s pravděpodobností 50%. Třetího roku se dvouletý králík dožije se stejnou pravděpodobností.
- Průměrný počet potomků králíka ve druhém roce je 5, ve 3 pak 1. V prvním roce má králík průměrně 2 potomky.

Populace 3:

- Králík se dožije max 4 roky.
- Druhého roku se jednoletý králík dožije s pravděpodobností 70%. Třetího roku se dvouletý králík dožije s pravděpodobností 10% a 4 roku se 3 letý králík dožije s pravděpodobností 5%.
- Průměrný počet potomků králíka ve druhém roce jsou 3, ve 3 pak 12. V prvním a posledním roce nemá králík žádné potomky.

1. Kterou z uvedených populací si mám vybrat, tak abych abych maximalizoval počet králíků, které se mi za několik generací narodí?
2. Může se mi stát, že mi některá z výše zmíněných populací vymře?
3. Zjistěte kolik jakých králíků si musím na začátku koupit, abych měl každý rok stále stejný poměr různě starých králíků?

[4 body]

PŘÍKLAD TŘETÍ

Jistě si pamatujete příklad s volbami z minulých cvičení...

Ve městě Pupákově jsou tři strany: Asketičtí, Bohatí a Chudí. Podrobným výzkumem se zjistilo, že 75 % z těch voličů co volilo Askety, je bude volit opět, 5 % bude volit Bohaté a 20 % Chudé. Podobně z těch co volili Bohaté zvolí 60 % opět Bohaté, 20 % Askety a 20 % Chudé. 80 % voličů Chudých je bude volit i v následujícím období, o zbylé hlasy se podělí 10 % Asketi a 10 % Bohatí.

Jak bude vypadat limitní rozložení sil v místním (řekněme stočlenném) zastupitelstvu?

Nalezněte takové volební změnové preferenční obyvatel a počáteční rozložení hlasů, aby rozložení volených zastupitelů nekonvergovalo.

[2 body]