11. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍ ALGEBRY II.

Pozitivní definitnost a Choleského rozklad

Z minula:

PŘÍKLAD PRVNÍ Rozložte následující matice na součin RJR^{-1}, kde R je regulární matice a J je matice v Jordanově normálním tvaru.

1. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

PŘÍKLAD DRUHÝ Dokažte, že matice A je hermitovská a poté nalezněte její spektrální rozklad.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Poté zkuste ještě odhadnout vlastní čísla pomocí Gerschgorinových disků.

PŘÍKLAD TŘETÍ Rozhodněte, zdali je následující matice pozitivně definitní pomocí Gaussovy eliminace a derminantů. Pokud ano, nalezněte její Choleského rozklad.

- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 8 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 11 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 10 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Spočtěte Choleského rozklad matice A a použijte ho k řešení soustavy $Ax = (10, 21, -32, 26, 23)^T$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & -6 & 3 & 2 \\ -3 & -6 & 10 & -5 & -3 \\ 2 & 3 & -5 & 15 & 11 \\ 1 & 2 & -3 & 11 & 14 \end{pmatrix}$$

PŘÍKLAD PÁTÝ Nalezněte příklad matice, která není pozitivně semidefinitní, ale má všechny hlavní vedoucí podmatice s nezáporným determinantem.