14. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍ ALGEBRY II.

Sylvestrův zákon setrvačnosti

Příklad první

Zůstane symetrická matice A symetrickou, pokud použijeme k přechodu na jinou bázi matici přechodu od báze k bázi?

Příklad druhý

Kvadratická forma g na vektorovém prostoru $\mathbb{R}^4$ má vzhledem ke kanonické bázi K analytické vyjádření $g(u) = 2x^2+2xy-y^2-2yt-t^2$, kde $u = (x, y, z, t)^T$. Najděte její analytické vyjádření vzhledem k bázi

$X = \{(1, 1, 1, 1)^T, (1, 1, 1, 0)^T, (1, 1, 0, 0)^T, (1, 0, 0, 0)^T\}$.

Určete $g(u)$ pro vektor u, který má vůči bázi X souřadnice $[u]_X = (3, 1, 0, 0)^T$.

Příklad třetí

Určete signaturu kvadratické formy g na $\mathbb{R}^3$, která má pro $u = (x, y, z)^T$ následující analytické vyjádření.

- $g(u) = -2xy + 2xz + y^2 - z^2$.
- $g(u) = x^2 + 6xy + 4xz + 9y^2 + 12yz + 4z^2$.

Nalezněte také příslušnou polární bázi.

Příklad čtvrtý

Nalezněte pozitivně definitní matice A, B řádu n, takové, že jejich součin není positivně definitní.

Dokažte, že pro libovolné takové pos. def. A, B platí, že AB má všechna vlastní čísla kladná.

Plyne z toho něco pokud je matice AB symetrická?

Příklad pátý

Nechť vektor $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ reprezentuje n pozorování, tedy tzv. výběr. Rozptyl výběru je definován jako $\sigma^2 = \displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$, kde $\bar{x} = \displaystyle\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ je výběrový průměr.

Ukažte, že σ^2 je kvadratická forma na $\mathbb{R}^n$ a určete matici této formy.