Jméno (přezdívka) ....

Všechny kroky pečlivě zdůvodněte, je to důležitější, než mít správný výsledek. Věty ze cvičení, či přednášky můžete používat bez DK, ale **vždy je potřeba uvést, že tak činíte a co konkrétně používáte**. Pokud se však jedná o příklad ze cvičení či z domácího úkolu, chci jeho celé řešení pečlivě vysvětlit. Pokud byste nestíhlai nějaký příklad numericky dopočítat, tak se raději věnujte ostatním příkladům, ale nezapomeňte uvést jakým způsobem se příklad dopočítá.

Každý příklad je za 6 bodů, ale obtížnost jednotlivých příkladů se může lišit, doporučuji tedy začít příkladem, který si myslíte, že znáte nejlépe.

Hodně štestí!

Příklad 1 Definujte *normu* pro vektor $(x_1, \ldots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$.

A ověřte zda jsou následující funkce normou:

- $f_1 := |x_1|$
- $f_2 := \sum_{i=1}^n |x_i^i|$

Příklad 2 Pomocí projekce najděte nejlepší přibližné řešení následující soustavy $Ax = b$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Poté dokažte, že množina ortonormálních vektorů je lineárně nezávislá.

Příklad 3 Definujte *determinant* matice.

A poté spočítejte determinant matice A^5 a A^{-1}.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & 7 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Příklad 4 Spočítejte n-tou mocninu matice A.

Řešení stačí vyjádřit jako násobení konstantního počtu matic, tedy není potřeba příklad dopočítávat.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Příklad 5 Rozhodněte zda-li je matice A pozitivně definitní, či pozitivně semidefinitní a také pokud je to možné spočítejte její Choleského rozklad. Využijte ho k řešení soustavy $Ax = b$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$