Kombinatorická teorie her

přednáší Mgr. Robert Šámal, Ph.D. a Mgr. Tomáš Valla

8 hodina: Dokončení komb her

Zjednodušování her Minule jsme brali dva způsoby zjednodušování her:

Dominující tahy

Reverzibilní tahy

Věta *8.1.1—O kananonickém tvaru*: *$\exists$ zobrazení c z $\mathbb{HRY} \longrightarrow \mathbb{HRY}$, kde se $c(G)$ nazveme "kanonický tvar G", pro které platí:*

(1) *$c(G) = G$.*

(2) *$G = H \Rightarrow c(G) \equiv c(H)$, tedy hry v kanonickém tvaru mají identický herní strom.*

(3) *$c(G)$ se dostane z G pomocí pravidel pro Dominující a Reverzibilní tahy.*

Bez DK.
Použití věty si ukážeme na příkladech:
Nejprve připomeňme že: $* = \{0|0\}$ $\uparrow = \{0|*\}$ $\downarrow = -\uparrow$

Jak dopadne $\uparrow + *$? $\uparrow + * = \{*, \uparrow|\uparrow, 0\}$. Pro zjednodušení nejprve použijeme *Dominující tahy* ($\uparrow > 0$) a tedy pRavý hráč si zakáže tah do $\uparrow$. Zbyde nám$\{*, \uparrow|0\}$ na který použijeme pravidlo reverzibility: $A^R = *$ a $* \le \uparrow + *$ a tedy $\uparrow + * = \{0, *|0\}$, což je v kanonickém tvaru. Z toho také plyne že 0 a $*$ jsou neporovnatelné.

Hry blízské 0

Tvrzení *8.2.1—O velikost šipiček*: *Všechny hry, které jsou šipky, jsou $< \frac{1}{2^n} \forall n \in \mathbb{N}$*

Důkaz: Dokážeme že: $\uparrow - \frac{1}{2^n} \in \mathcal{R}$. PRavý hraje do $\uparrow$, kde Levý prohrává. Levý si v $\frac{1}{2^n}$ pohorší, tak hraje šipky, ale ta někdy skončí a zbyde z ní 0 a pak vyhraje pRavý.

Q.E.D.

Definice *8.2.2—Infinetesimální hry*: Hrám, větším než 0, ale menším než kadždé čílo, se říká infinetesimální.

Definice *8.2.3—± hry*: Pokud hra ve tvaru $\{+n| - n\}$, tak potom jí píšeme zjednodušeně jako $\pm n$ pro n kladné. Pokud by bylo n záporné, stačí použít *simplicity rule* a získat jednodušší hru.

Věta *8.2.4—O vyhýbání se číslu*: *x číslo a hra G není číslo $\rightarrow G + x = \{G^L + x|G^R + x\}$. Tedy tahy, kdy by si hráči vybrali číslo, se jim nevyplatí.*

Bez DK.
př: $\pm 15 + \pm 10 + \pm 8 + \pm 7 + \pm 2 + \pm 1 + 4$. Zde je nejvýhodnější hrát do hry typu $\pm$, která má největší hodnotu. př: x—y—z. To je ale PSPACE-úplné.

Definice *8.2.5—Hry ✚*: Jedná se o hry ve tvaru $✚_n = \{0\{0| - n\}\}$.

př: $✚_2 = \{0\{0| - 2\}\}$

Věta ***8.2.6—O velikosti*** **✚:** $0 < n\text{✚}_a < \uparrow < \frac{1}{2^n}$

Důkaz: $\text{✚} + \text{✚} + \downarrow < 0$.

Q.E.D.

Pozorování ***8.2.7—Vztah mezi*** **✚:** $\text{✚}_1 > \text{✚}_2$

dělení her Hry můžeme také dělit na:

Hot – čísla

Cold – šipky, pluska, atd.

Tepid (vlažné) – kombinace teplých a studených her

V Praze dne 30. prosince 2010 zapsal Tomáš Masařík. Verze 1.0